

# Relatività e Meccanica Quantistica: concetti e idee

## Relativity and Quantum Mechanics: concepts and ideas



### Approfondimenti # 5

### Onde Gravitazionali

Carlo Cosmelli  
Andrea Capocci



## Il principio di equivalenza



## Le onde dall'equazione di Einstein

La curvatura dello spazio dovuta alla presenza di massa è descritta dall'equazione di campo scritta per la prima volta da Einstein

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}R g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$



## Le onde dall'equazione di Einstein

La curvatura dello spazio dovuta alla presenza di massa è descritta dall'equazione di campo scritta per la prima volta da Einstein

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}R g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

CURVATURA DELLO SPAZIO  
TEMPO

DISTRIBUZIONE DELLA  
MATERIA

Risolvere questa equazione in generale è molto difficile.  
Nell'approssimazione lineare, l'equazione ammette una soluzione **ondulatoria**, che corrisponde alle **onde gravitazionali**.  
La loro esistenza fu prevista per la prima volta da Albert Einstein nel 1916.



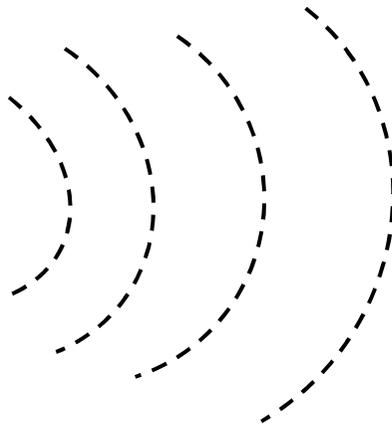
## Cosa è un'onda gravitazionale 1



Il caso delle onde elettromagnetiche (un campo Elettrico e un campo Magnetico, tra loro perpendicolari che viaggiano nello spazio con la velocità della luce):

In un'antenna (televisiva) ho delle cariche elettriche, gli elettroni. Se li faccio oscillare l'antenna emette un fascio di onde elettromagnetiche...

Quando l'onda e.m. raggiunge l'antenna ricevente...gli elettroni dentro l'antenna oscillano, quindi si produce una corrente elettrica nel circuito ricevente... e vediamo la TV



## Cosa è un'onda gravitazionale 2

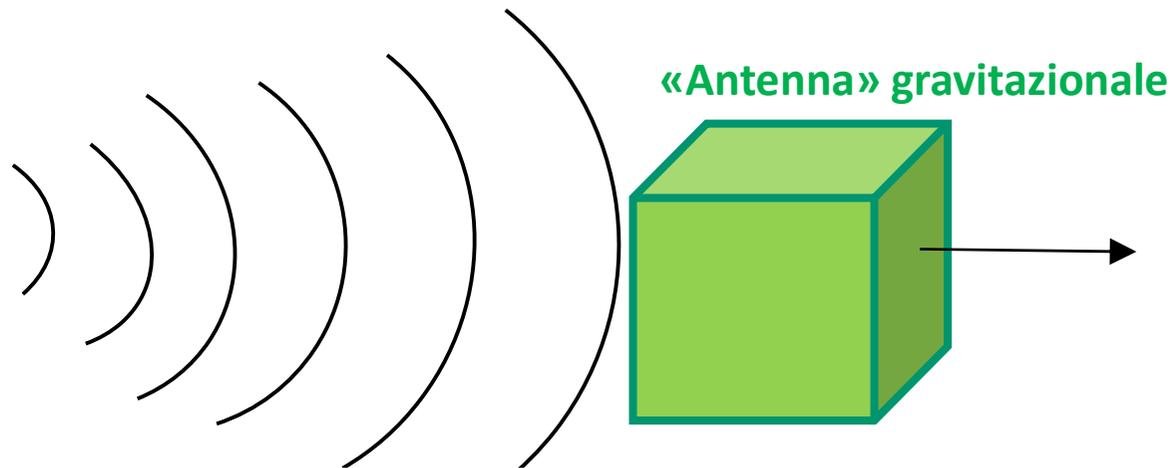
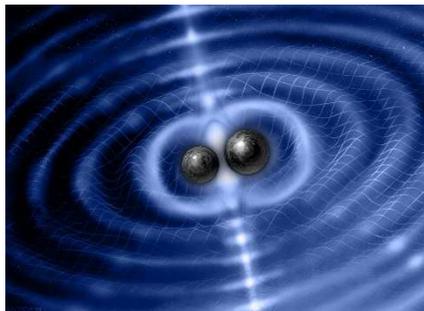


Per le onde gravitazionali il processo è simile:

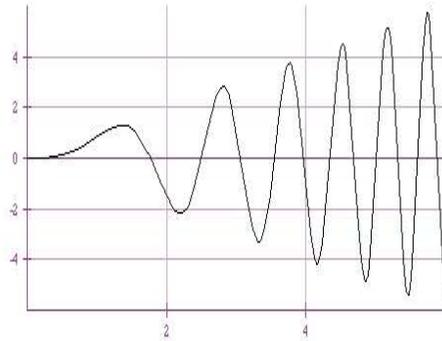
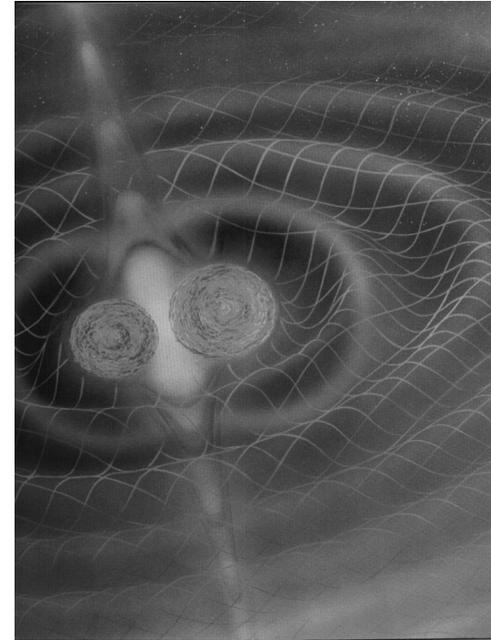
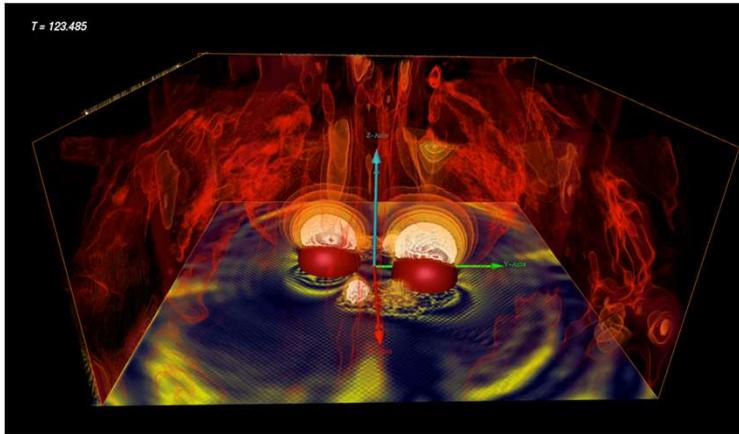
Devo avere una «massa» che si muove (in modo particolare). Quando oscilla emette «onde gravitazionali», che deformano lo spazio al loro passaggio.

Quando l'onda gravitazionale raggiunge l'antenna ricevente... lo spazio si deforma, e se l'antenna è progettata bene ... si produce una corrente elettrica nel circuito ricevente... e vediamo qualcosa che è legato a come oscillava la massa sorgente

Sorgente



# ONDE GRAVITAZIONALI – Sorgenti



Due stelle collassate che ruotano l'una attorno all'altra avvicinandosi progressivamente  
Binarie coalescenti

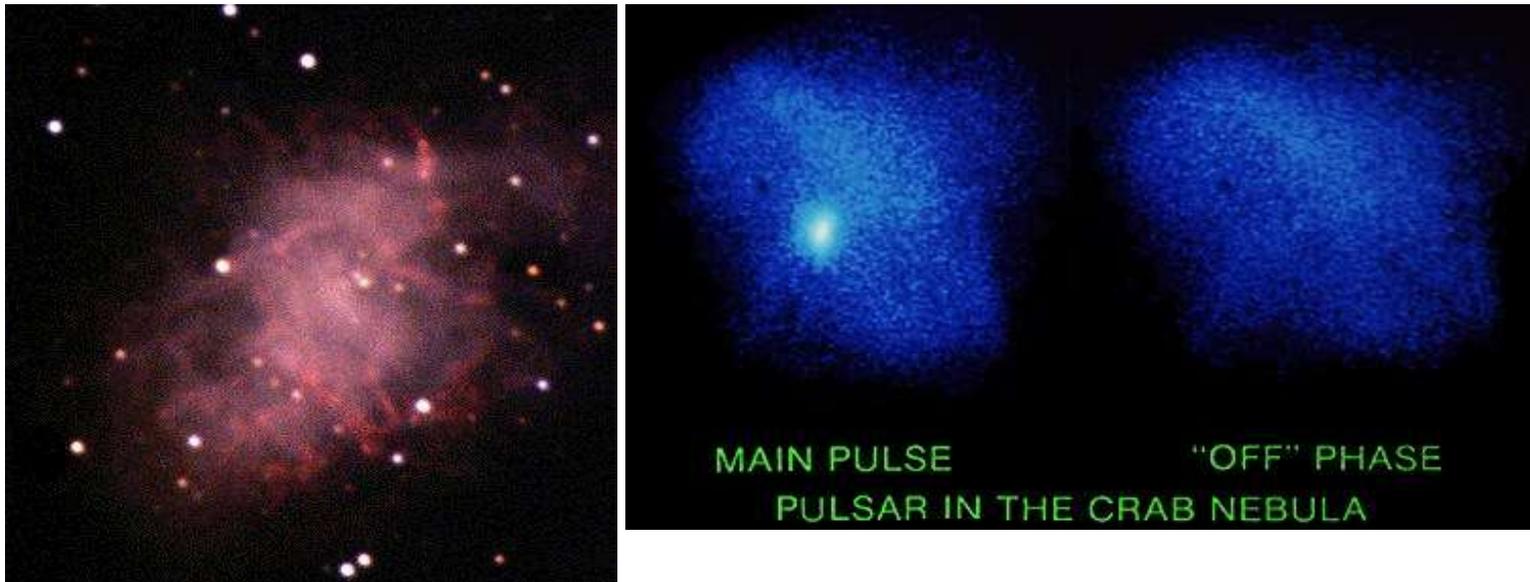
## ONDE GRAVITAZIONALI – Sorgenti 2



Supernova 1987a

**In questo caso il segnale, cioè l'improvvisa variazione di geometria  $h(t)$ , è un impulso di qualche millisecondo.**

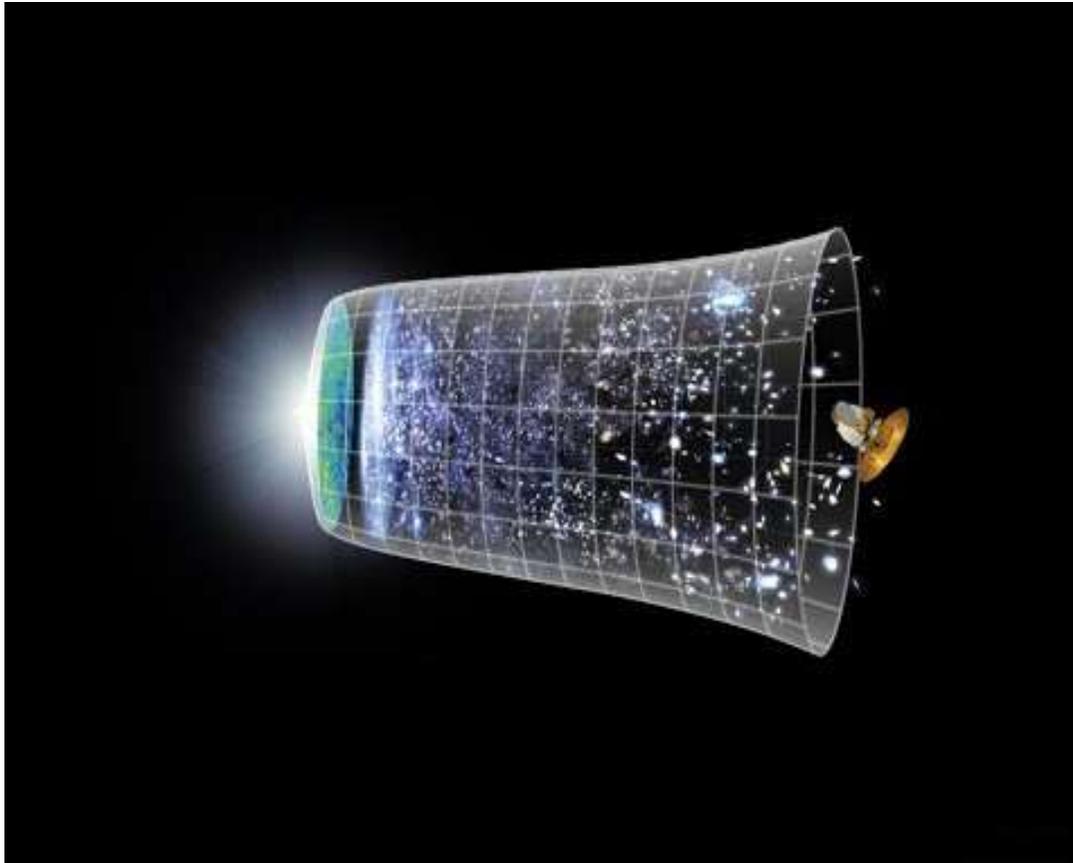
## ONDE GRAVITAZIONALI – Sorgenti 3



In questo caso il segnale  $h(t)$  si ripete continuamente nel tempo (segnale periodico) con un periodo pari al doppio del periodo di rotazione della stella pulsante

**PULSAR**

## Sorgenti di onde gravitazionali



NASA/Wma  
p

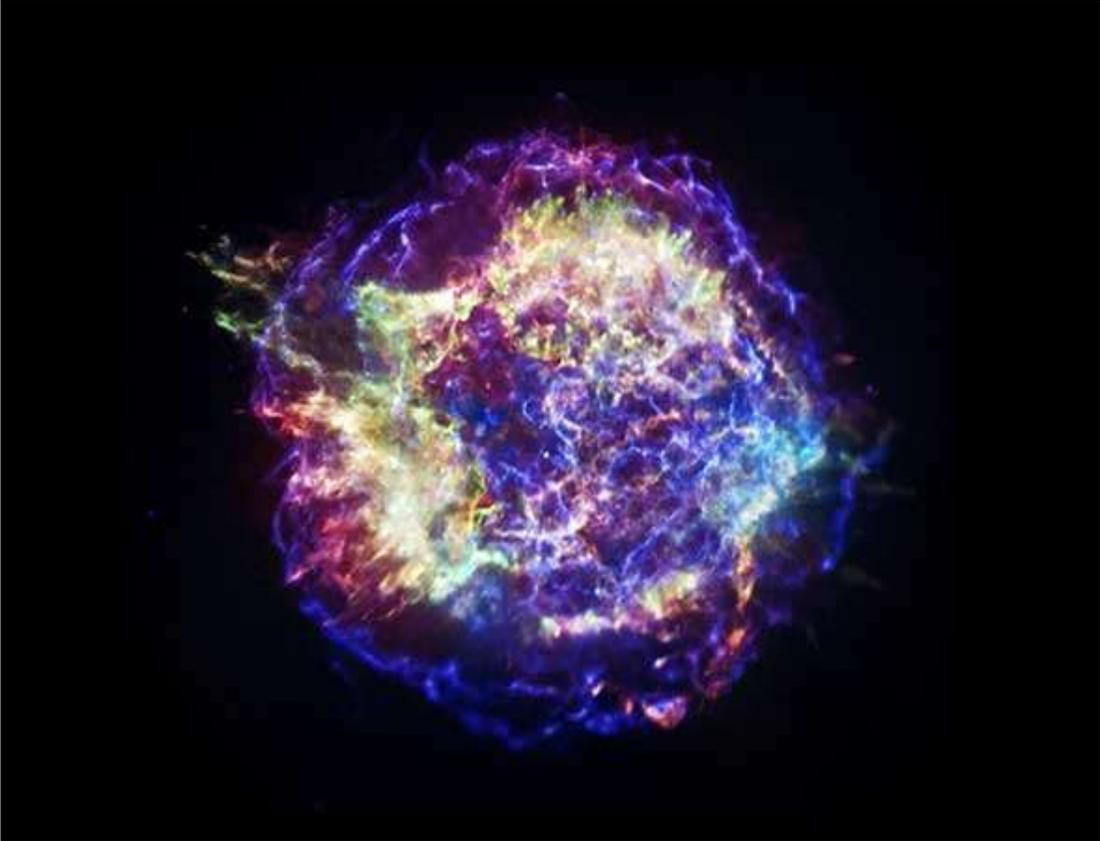


## Inflazione

$$h = 10^{-10} \div 10^{-18}$$

$$\lambda = 10^{24} \text{ m} \div 10^{18} \text{ m}$$

# Sorgenti di onde gravitazionali

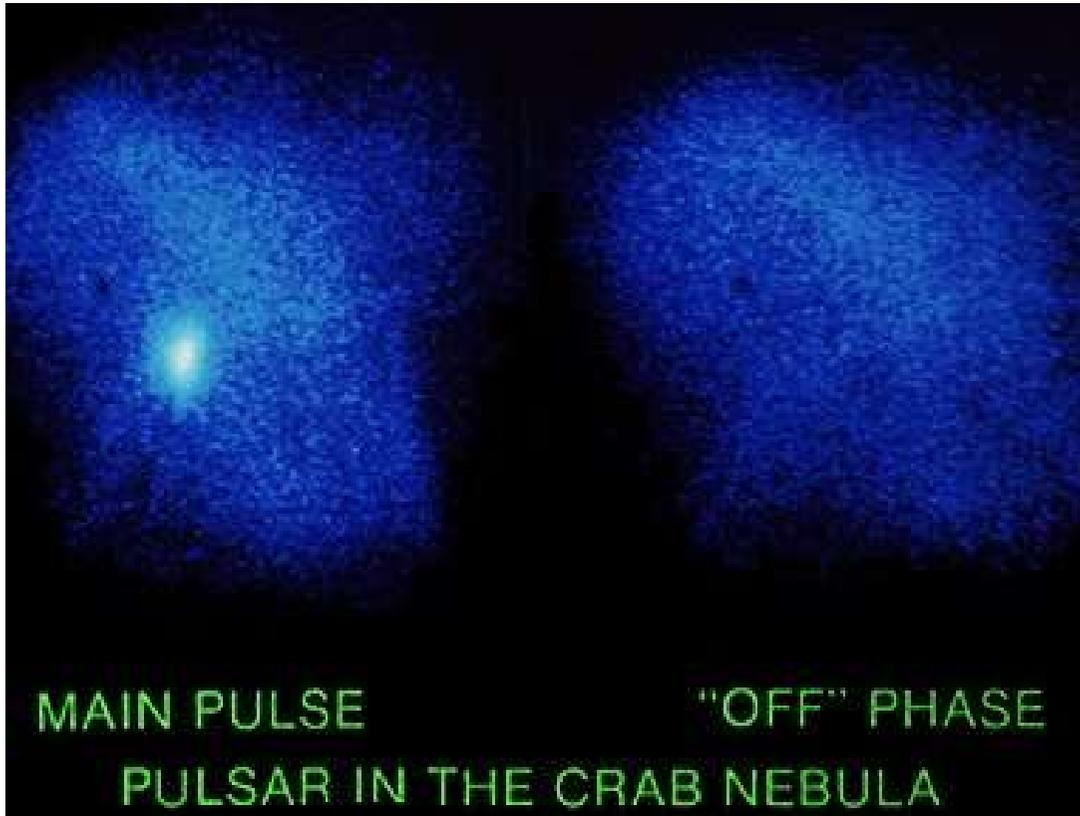


## Supernovae

$$h = 10^{-22}$$
$$\lambda = 10^8 \text{ m}$$

NASA/CXC/SA  
O

## Sorgenti di onde gravitazionali



Piero Rapagnani



## Pulsar

$$h \sim 10^{-14}$$

$$\lambda = 10^{15} \text{ m} \div 10^{17} \text{ m}$$

**Quanto è grande l'energia trasportata da un'Onda Gravitazionale?**

Dipende ovviamente dal processo che la genera.

**In un evento di Supernova, a seconda del grado di asimmetria del collasso gravitazionale associato all'esplosione, potrebbe essere emessa energia pari a**

**$\sim 10^{40}$  Joule**

**(Energia consumata in un anno nel mondo:  $10^{20}$  Joule)**

**Ma lo scambio d'energia tra Onde Gravitazionali e Materia è debolissimo. L'Onda Gravitazionale traversa la Materia senza essere significativamente attenuata.**

**Il Sole, la Terra ed in generale i corpi celesti sono praticamente trasparenti alle Onde Gravitazionali.**

**Le quantità d'energia emesse nei processi stellari sono enormi. Ma la sorgente è lontana, l'energia tipicamente si disperde in tutto l'universo e noi possiamo raccoglierne solo una frazione piccola.**

*Inoltre abbiamo detto che l'Onda Gravitazionale traversa la Materia senza essere significativamente attenuata. In altre parole l'interazione con un qualunque sistema di rivelazione è estremamente debole.*

**Esempio di una Supernova nel centro della nostra Galassia:**

**Distanza: 10 kparsec =  $3 \cdot 10^{20}$  m**

**Energia emessa: E =  $10^{40}$  Joule**

**h (variazione relativa di lunghezza) =  $10^{-21}$**

$h = 10^{-21}$  rappresenta il cambiamento sulla Terra di  $10^{-21}$  metri della distanza tra due punti posti a 1 metro l'uno rispetto all'altro.

## Alcune delle caratteristiche di un'onda gravitazionale

### Lunghezza d'onda ( $\lambda$ )

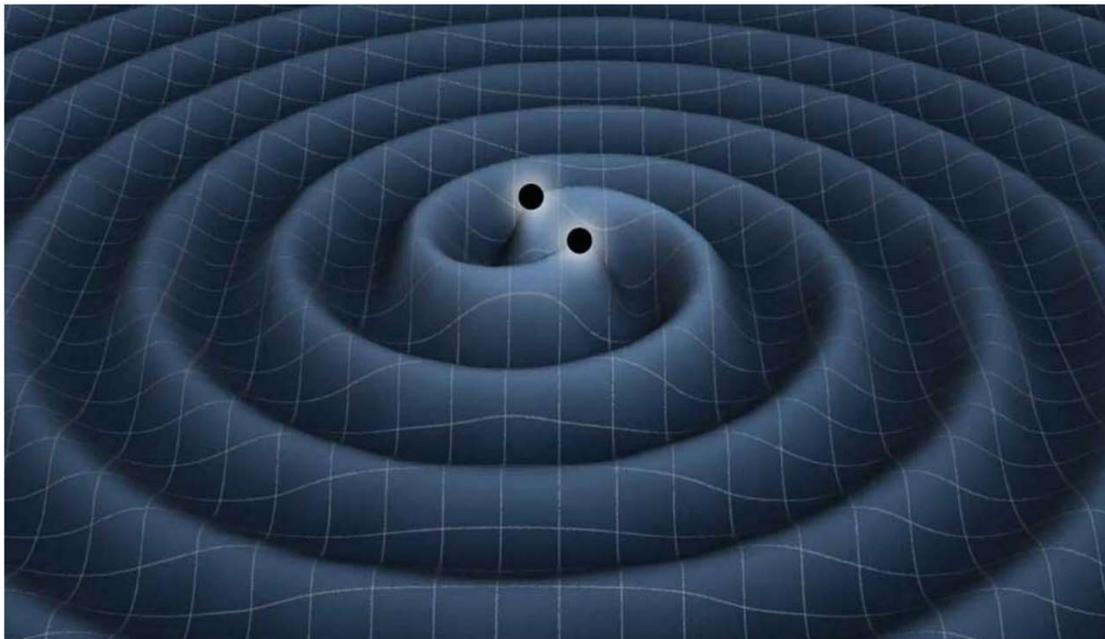
distanza tra due massimi dell'onda gravitazionale, supposta periodica.

### “strain” ( $h$ ) = $\Delta L/L$

E' l'inverso del rapporto tra la distanza  $L$  tra due punti dello spazio e lo spostamento relativo  $\Delta L$  dovuto alla variazione della metrica causata dall'onda.



## Sorgenti di onde gravitazionali



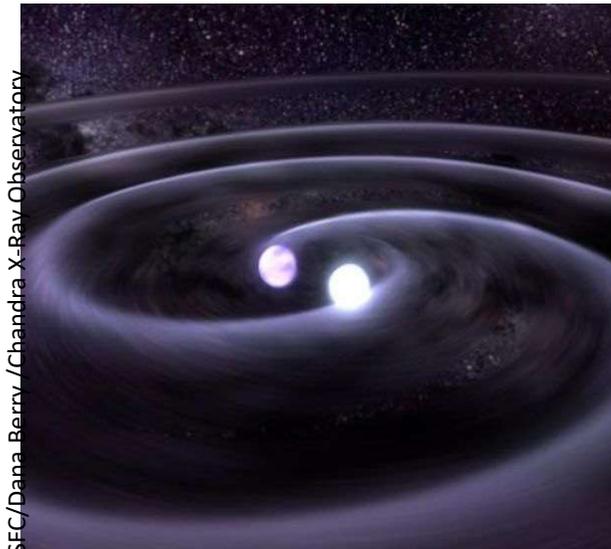
Sistemi rotanti  
di stelle o buchi neri

$$h \sim 10^{-21}$$

$$\lambda = 10^5 \text{ m} \div 10^6 \text{ m}$$

**POSSONO ESSERE RILEVATE**

## Prove indirette dell'esistenza delle onde gravitazionali



NASA/GSFC/Dana Berry/Chandra X-Ray Observatory

Nel 1973, Russell A. Hulse e Joseph H. Taylor osservarono un sistema binario di una pulsar e una stella di neutroni che gradualmente **perdeva energia**.

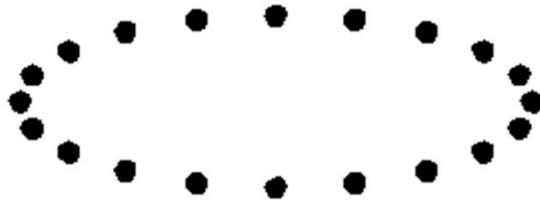
Questo fenomeno poteva essere spiegato con precisione dall'emissione di onde gravitazionali.

Perciò, la scoperta di Hulse e Taylor fu considerata la **prima prova indiretta** dell'esistenza delle onde gravitazionali. Hulse e Taylor vinsero il premio Nobel per la Fisica nel 1993.

## Gli effetti sui corpi

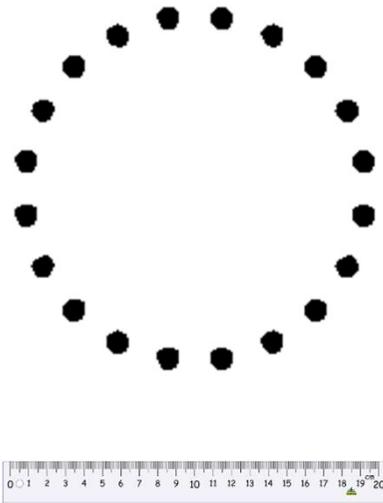
Il passaggio di un'onda gravitazionale distorce lo spazio-tempo in modo oscillatorio.

Ecco cosa succederebbe se un'onda investisse delle particelle disposte lungo una circonferenza.



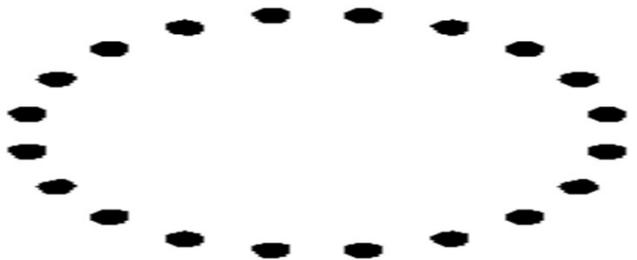
## Gli effetti sui corpi

Osservare questo effetto non è facile perché anche lo strumento di misura si deformerebbe insieme all'oggetto investito dall'onda:



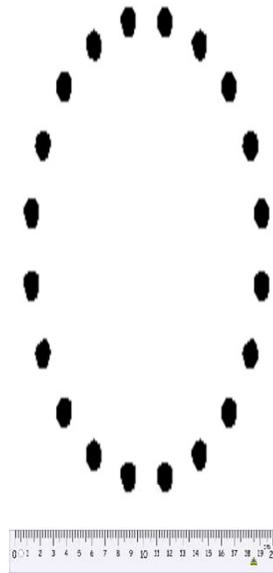
## Gli effetti sui corpi

Osservare questo effetto non è facile perché anche lo strumento di misura si deformerebbe insieme all'oggetto investito dall'onda:



## Gli effetti sui corpi

Osservare questo effetto non è facile perché anche lo strumento di misura si deformerebbe insieme all'oggetto investito dall'onda:

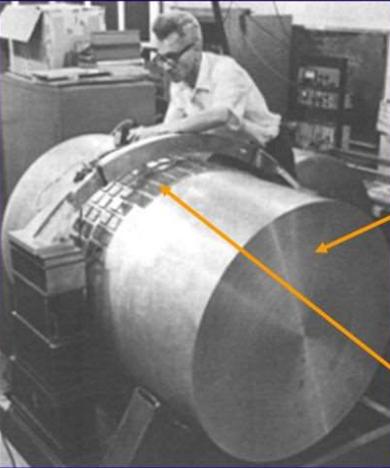




# Antenne gravitazionali risonanti (1960-2000)

I rivelatori risonanti furono inventati da Joseph Weber (1919-2000) negli anni '60. Funzionano come una "campana" che suona se riceve un **impulso di energia per un tempo molto breve**.

### Il primo rivelatore risonante



Joseph Weber (~1960)

Barra risonante di alluminio sospesa nel mezzo

Mirofoni piezoelettrici per la rivelazione delle vibrazioni

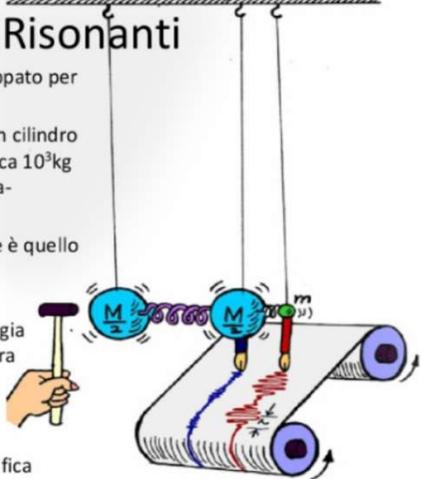
In questo primo rivelatore come nei successivi si sperava di captare il BANG dell'esposizione di una supernova

... la barra funzionava come una campana ...

24 Ott. 2009 La musica del cosmo 10 of 18

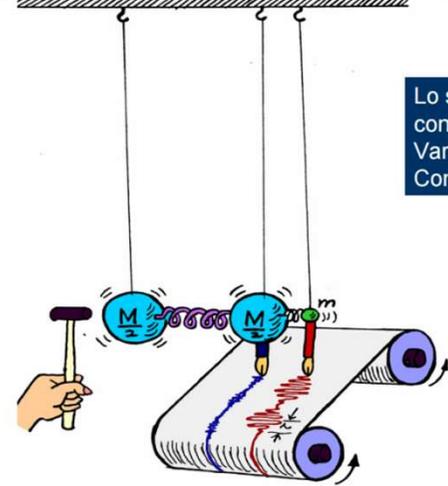
### Barre Risonanti

- Sono il primo tipo di rivelatore sviluppato per le GW
- Sono costituite essenzialmente da un cilindro di metallo (alluminio o niobio), di circa  $10^3$ kg di massa portato a temperatura ultracriogenica
- Il modo di oscillazione fondamentale è quello longitudinale che ha un momento di quadrupolo non nullo
- L'onda gravitazionale trasmette energia (alla frequenza di risonanza) alla barra che oscilla per un periodo "lungo" (dipende dal Q meccanico)
- La lettura avviene tramite un risonatore accoppiato che ne amplifica l'oscillazione, restringendone però la banda sensibile





### Principio di un trasduttore risonante



Lo spostamento della massa m convertito in segnale elettrico  
Vari sistemi possibili  
Condensatore, cavità

$$x_m = \sqrt{\frac{M}{m}} x_M$$

## Antenne gravitazionali risonanti criogeniche (1970-2000)

Questi rivelatori erano raffreddati a temperature molto basse ( $T = 0,1 \text{ K} = -273 \text{ }^\circ\text{C}$ ) per diminuire le vibrazioni atomiche; come amplificatori si utilizzavano degli SQUID (dispositivi superconduttori ad interferenza quantistica).

Rivelatori di nuova generazione furono costruiti in Italia, in Australia, negli USA...



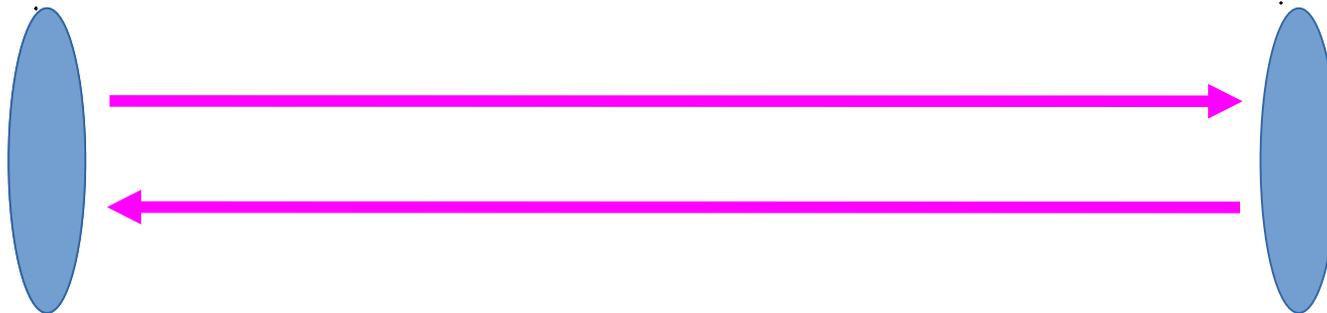
Il rivelatore NAUTILUS dell'INFN, a Frascati

La loro sensibilità non fu mai sufficiente a rivelare eventi frequenti, quindi di ampiezza «piccola».

**Come osservare la variazione di lunghezza? Gli interferometri**

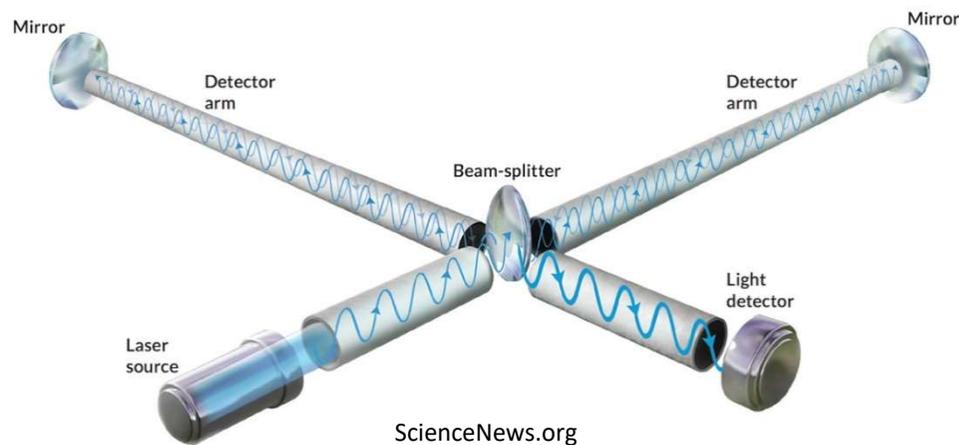
Si può misurare il tempo impiegato dalla luce a muoversi tra due punti localmente liberi da effetti gravitazionali, perché la velocità della luce è sempre  $c$ .

**Se lo spazio si dilata, la luce impiega più tempo ad andare da un punto all'altro; questo tempo può essere confrontato con un altro raggio che segue un percorso perpendicolare.**



## I rivelatori interferometrici: L'esperimento Ligo-Virgo

Per osservare le onde gravitazionali si possono usare anche strumenti chiamati “**interferometri**”. Negli interferometri, due fasci di luce viaggiano in due tunnel perpendicolari e, riflessi da due specchi, tornano a sovrapporsi. Lo schema è identico a quello utilizzato da Michelson e Morley nel 1887 per misurare l’“Etere”.



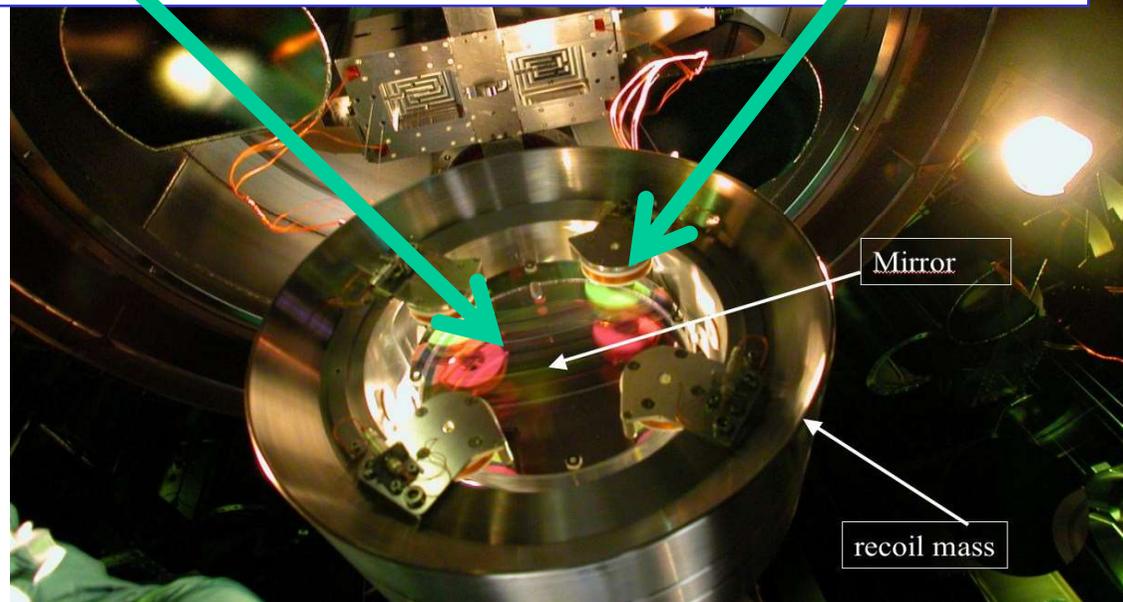
Se la lunghezza di uno dei due tunnel cambia rispetto all’altro, la sovrapposizione dei due fasci luminosi produce una diversa figura di interferenza.

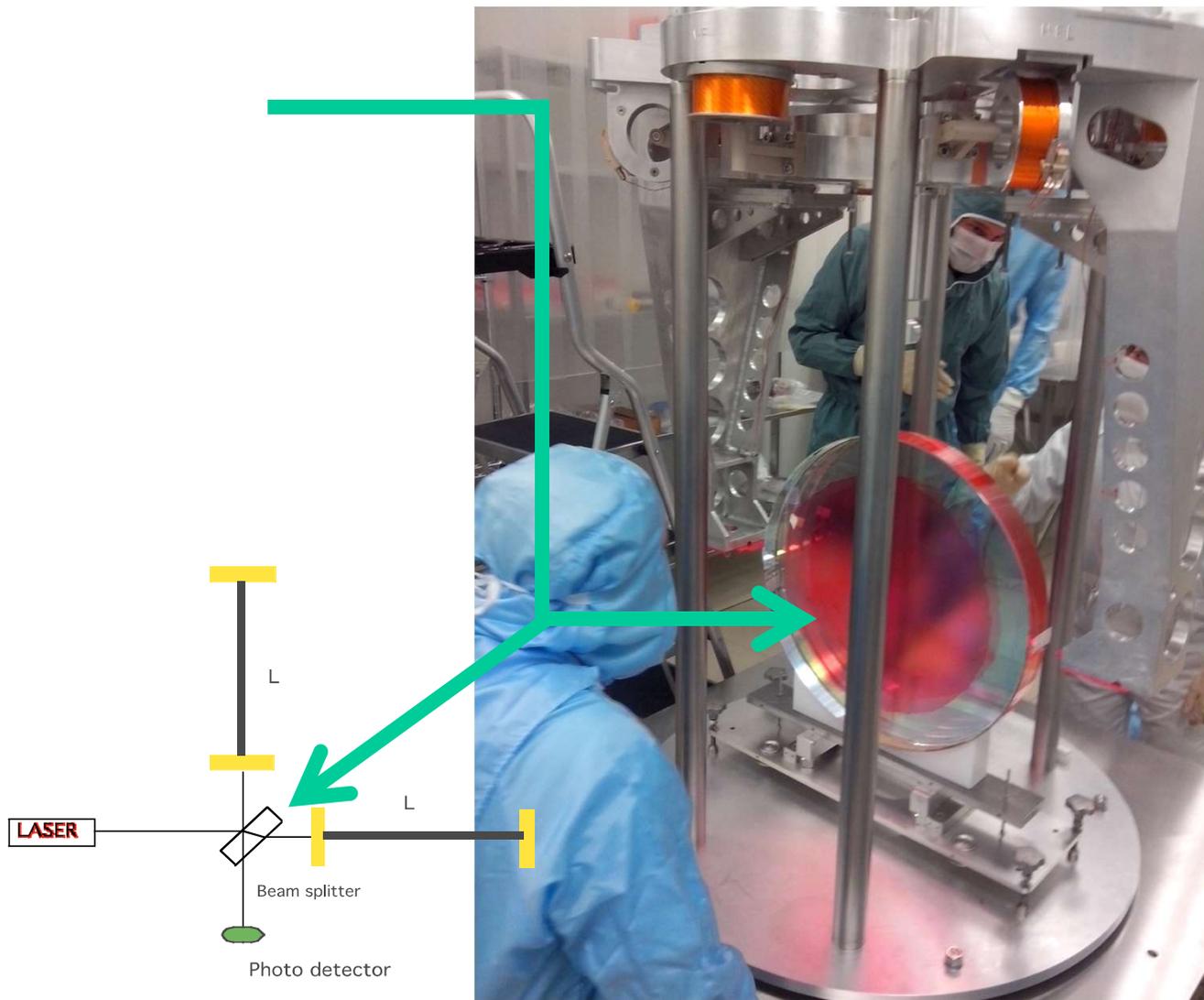
## La rete di rivelatori



*La sospensione degli specchi è uno degli aspetti più difficili da realizzare.*

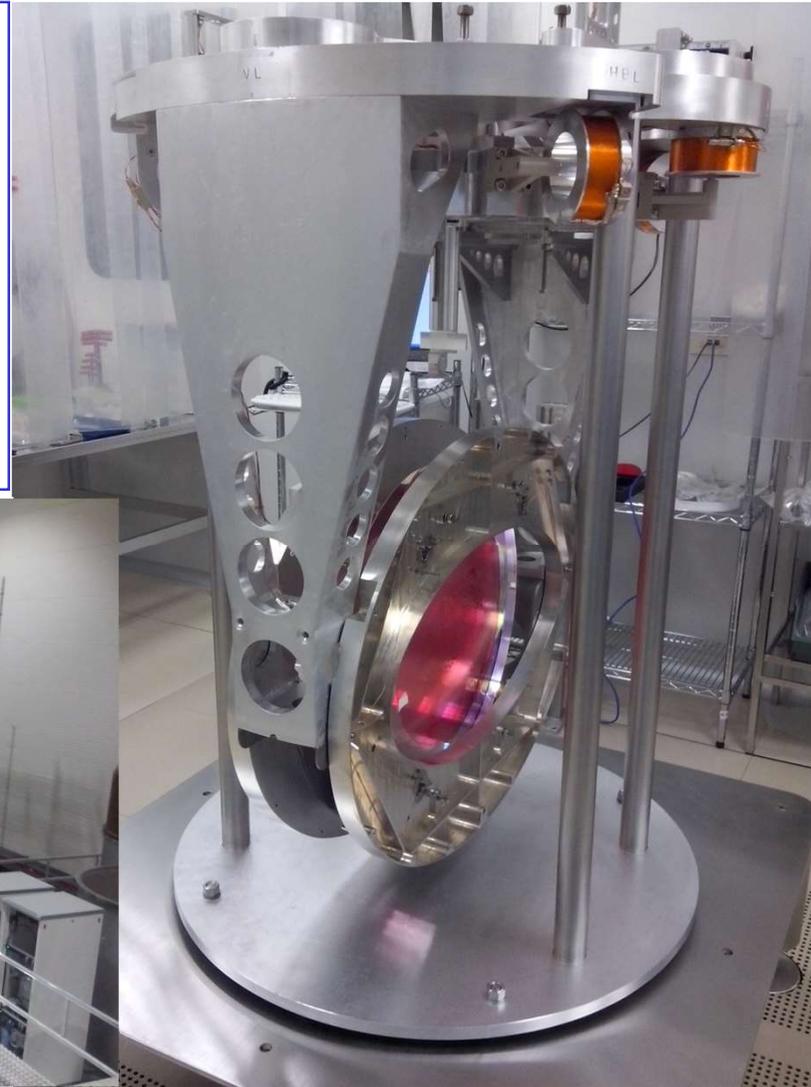
Lo **specchio** è sospeso con dei fili per isolarlo dalle vibrazioni sismiche e orientato utilizzando dei **magneti** e delle **bobine** per fare una forza sullo specchio e metterlo nella posizione giusta.



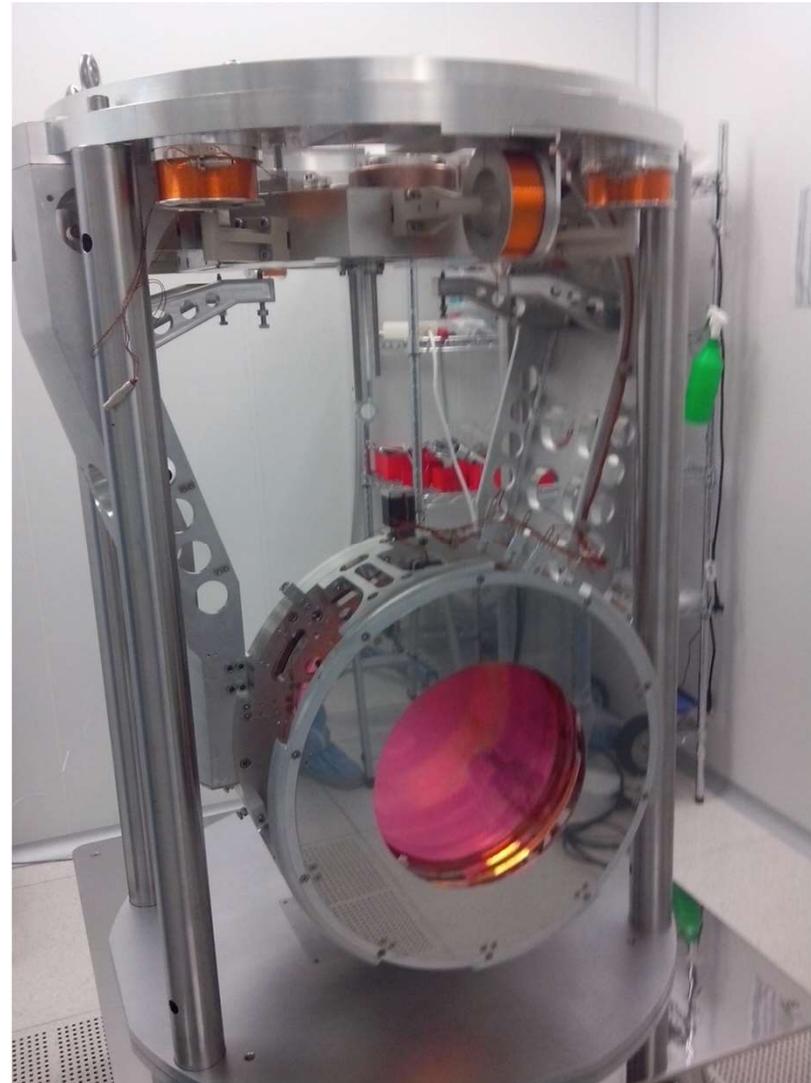


Ecco lo specchio montato nella sua sospensione.

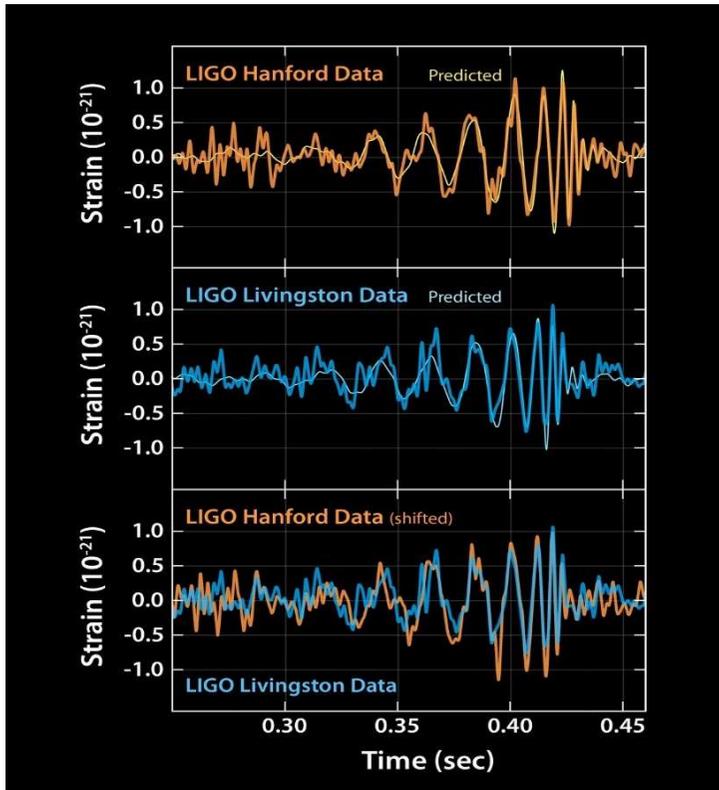
A questo punto bisogna agganciare lo specchio alla fine del super attenuatore, dentro la camera da vuoto qui sotto:



Questo è lo specchio montato.  
*I fili di vetro non si vedono.*



## La prima osservazione diretta di un'onda gravitazionale



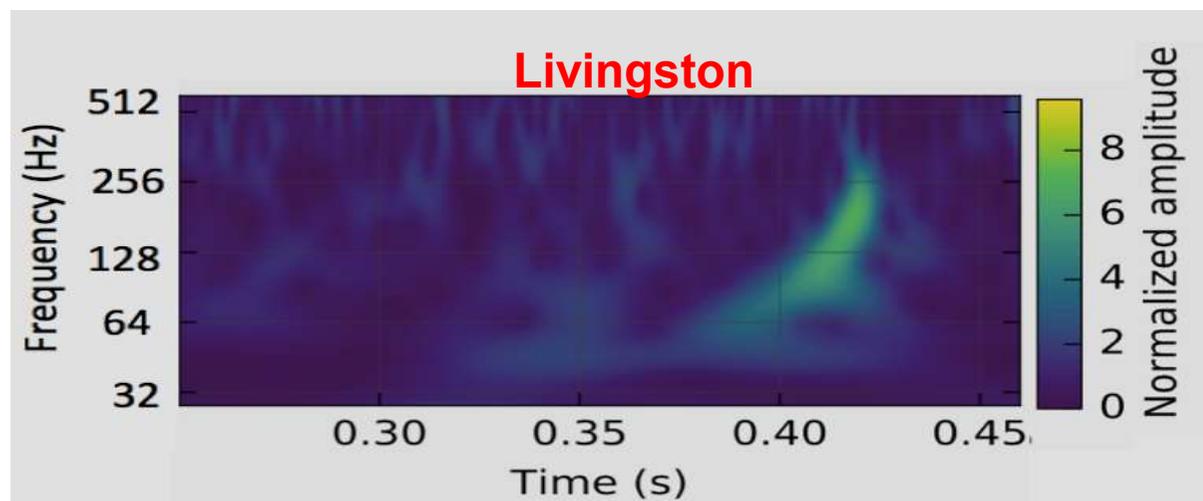
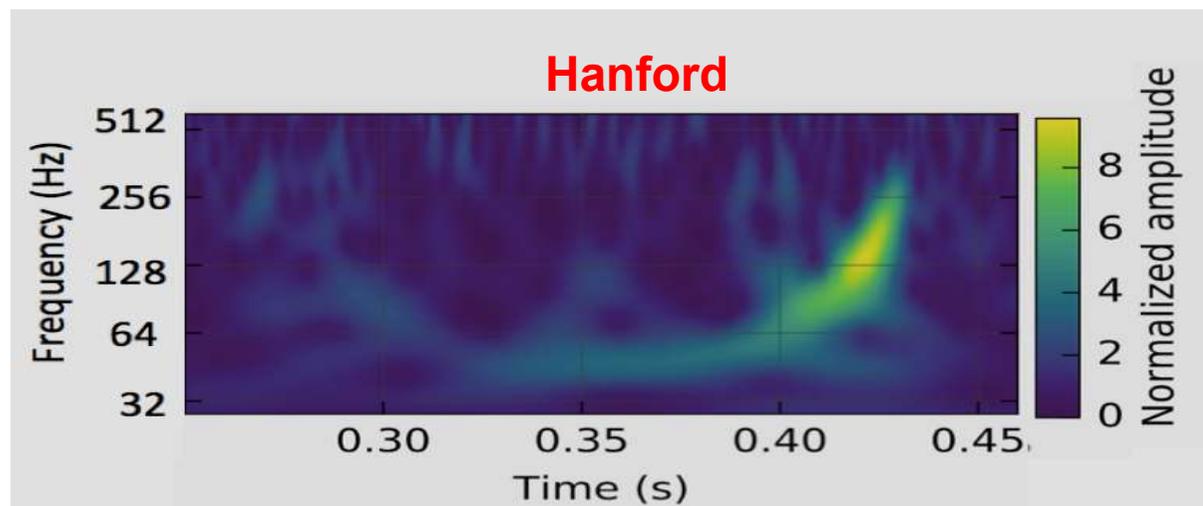
Il 14 settembre 2015 alle ore 9:50:45 i due rivelatori LIGO negli Usa hanno segnalato il passaggio di un'onda gravitazionale.

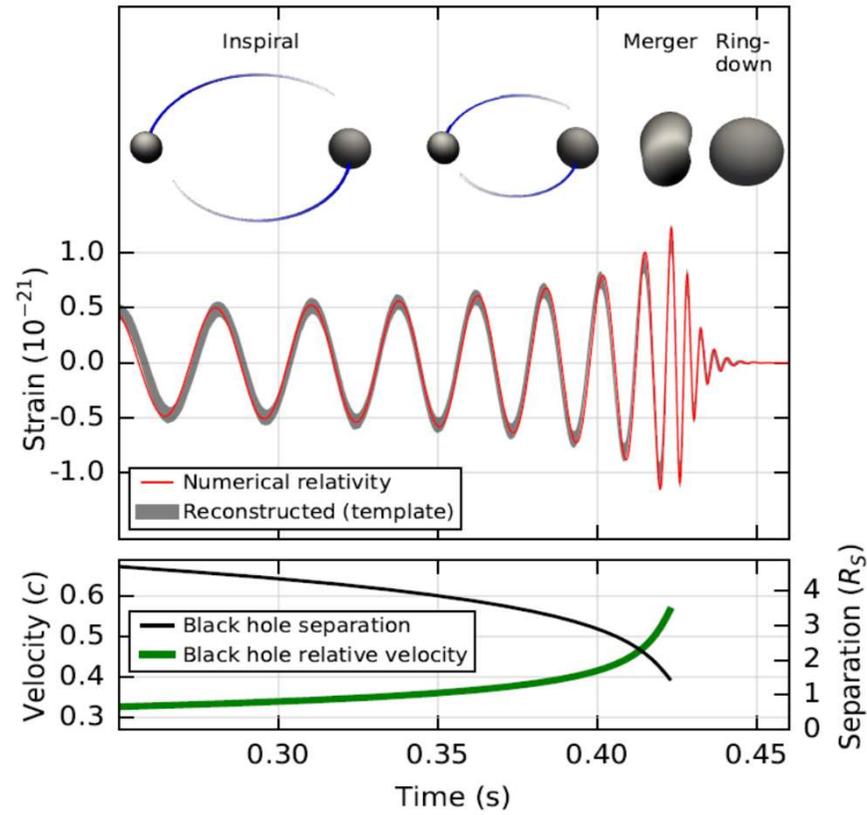
Lo strain misurato è stato  $h = 1 \times 10^{-21}$  corrispondente ad uno spostamento massimo di uno dei bracci dell'interferometro di  $0,002 \text{ fm} = 2 \times 10^{-18} \text{ m}$

L'onda è stata probabilmente generata dalla collisione di due **buchi neri**, le cui masse erano **36 e 29 volte** maggiori di quella del Sole.

L'energia irradiata di circa  $2,5\text{-}3,5 M_{\text{solari}}$

La collisione è avvenuta circa **1,3 miliardi** di anni fa.





# Parametri della sorgente del segnale GW150914

---

---

Primary black hole mass	$36_{-4}^{+5} M_{\odot}$
Secondary black hole mass	$29_{-4}^{+4} M_{\odot}$
Final black hole mass	$62_{-4}^{+4} M_{\odot}$
Final black hole spin	$0.67_{-0.07}^{+0.05}$
Luminosity distance	$410_{-180}^{+160} \text{ Mpc}$
Source redshift, $z$	$0.09_{-0.04}^{+0.03}$

---

---

## La prima osservazione diretta di un'onda gravitazionale: lo “stesso” strumento a distanza di più di 100 anni



L'apparato sperimentale è concettualmente identico a quello di Michelson a Morley del 1887, allora un risultato “negativo” servì a corroborare quella che poi sarebbe stata la teoria della Relatività Speciale del 1905.

Nel 2015 un apparato simile, tramite un risultato “positivo” ha fornito una prova diretta che corrobora la teoria della Relatività Generale del 1915.

E' un'ulteriore conferma della Teoria della Relatività Generale, questo strumento potente permette di “vedere” eventi avvenuti miliardi di anni fa dato che queste onde sono assorbite pochissimo dalla materia e possono viaggiare senza grandi perdite di energia. Può essere una finestra su quello che è successo nei primi istanti dell'universo.